

Завдання з геометрії для тих, хто переведений до 8 класу
До всіх задач має бути коротка умова (що дано, що знайти),
рисунок , розв'язання з повним обґрунтуванням і відповідь.

Найпростіші геометричні фігури та їх властивості

2-3 рівні

1. Точка D — середина відрізка MK , $MK=16$ см. На прямій MK знайдіть усі точки Y такі, що $MY + KY + DY = 30$ см.
2. Градусні міри суміжних кутів ABC і CBD відносяться як $5 : 4$. Знайдіть кут між бісектрисами кутів ABC і ABD . Скільки розв'язків має задача?

Трикутники

2 рівень

3. Накресліть трикутник: 1) гострокутний; 2) прямокутний; 3) тупокутний. Проведіть із кожної вершини трикутника висоту.
4. На продовженні основи BC рівнобедреного трикутника ABC за точку B позначено точку M таку, що $\angle MBA = 128^\circ$. Знайдіть кут між бічною стороною AC та бісектрисою кута ACB .
5. На медіані BM трикутника ABC позначили точку O так, що $\angle OAC = \angle OCA$. Доведіть, що трикутник ABC – рівнобедрений.
6. Серединний перпендикуляр сторони BC трикутника ABC перетинає його сторону AB у точці D . Знайдіть довжину відрізка AD , якщо $CD=4$ см, $AB=7$ см.

3-4 рівні

7. Точка O — точка перетину серединних перпендикулярів сторін AC і BC трикутника ABC — належить його стороні AB . Доведіть, що: 1) точка O — середина відрізка AB ; 2) $\angle ACB = \angle A + \angle B$.
8. У трикутнику ABC відомо, що $AB = BC$, BD — медіана. Периметр трикутника ABC дорівнює 50 см, а трикутника ABD — 40 см. Знайдіть довжину медіани BD .
9. Доведіть, що якщо в трикутнику ABC сторона AB вдвічі більша за сторону AC , то медіана, яка виходить з вершини C , перпендикулярна до бісектриси кута A .

Паралельні прямі. Сума кутів трикутника

2 рівень

1. Медіана CM трикутника ABC дорівнює половині сторони AB . Доведіть, що трикутник ABC прямокутний.
2. У трикутнику ABC бісектриси кутів A і C перетинаються в точці O . Доведіть, що $\angle AOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ABC$.
3. Доведіть, що бісектриса зовнішнього кута при вершині рівнобедреного трикутника паралельна його основі.
4. Висоти AM і CK трикутника ABC перетинаються в точці H . Доведіть, що $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$.
5. Кут між висотою та бісектрисою прямокутного трикутника, проведеними з вершини його прямого кута, дорівнює 12° . Знайдіть гострі кути даного трикутника.
6. Пряма, паралельна стороні AC трикутника ABC , перетинає його сторони AB і BC у точках M і K відповідно так, що $AM = MK$. Відомо, що $\angle B = 65^\circ$, $\angle C = 45^\circ$. Знайдіть кут KAC .

3-4 рівні

7. У трикутнику ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, відрізок AD – бісектриса трикутника, $CD = 7$ см. Знайдіть довжину катета BC і бісектрису AD .
8. Доведіть (двома способами!), що катет, який лежить проти кута, величина якого дорівнює 30° , дорівнює половині гіпотенузи. (*Вказівка. 1 спосіб.* Подвоїти катет і одержати рівносторонній трикутник. *2 спосіб.* Провести медіану з вершини прямого кута.)

9. Кут між висотою і медіаною, проведеними з **вершини** прямого кута прямокутного трикутника, в 4 рази менший від одного з гострих кутів. Знайти кути трикутника.
10. Кут між двома висотами гострокутного трикутника ABC дорівнює 60° . Точка перетину висот поділяє одну з них у відношенні $2:1$, рахуючи від вершини трикутника. Доведіть, що трикутник ABC – рівносторонній.
11. Висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, у 4 рази менша від гіпотенузи. Знайдіть кути трикутника.

Коло і круг

2 рівень

1. Доведіть, що коли через дану точку до кола проведено дві дотичні, то відрізки дотичних, які сполучають дану точку з точками дотику, рівні.
2. У колі проведено хорди AB і BC , кожна з яких дорівнює радіусу кола. Знайдіть кут ABC .
3. Два кола дотикаються внутрішнім чином. Радіус одного з них в 5 разів більший від радіуса іншого, а відстань між їх центрами дорівнює 20 см. Знайти радіуси кіл.

3-4 рівні

4. Через точку M проведено дотичні MK і ME до кола із центром в точці O , де K і E — точки дотику, $\angle OMK = 30^\circ$, $MK = 6$ см. Знайдіть довжину хорди KE .
5. Доведіть, що радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник, визначають за формулою:

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$
, де r — радіус вписаного кола, a і b — катети, c — гіпотенуза.
6. У рівнобедреному трикутнику ABC відомо, що $AB = BC$, точка O — центр вписаного кола, точки D і E — точки дотику вписаного кола до сторін AC і AB відповідно, $\angle ABC = 48^\circ$. Знайдіть кут DOE .
7. Сума радіусів вписаного і описаного кіл прямокутного трикутника дорівнює одному з катетів. Знайдіть гострі кути трикутника.
8. Хорда перетинає діаметр кола під кутом 30° і ділить його на відрізки завдовжки 4 см і 10 см. Знайдіть відстань від центра кола до цієї хорди.
9. Доведіть, що коли центр кола, описаного навколо трикутника, належить його стороні, то цей трикутник — прямокутний.
10. Коло дотикається до сторони AB трикутника ABC у точці M і дотикається до продовження двох інших сторін. Доведіть, що сума довжин відрізків BC і BM дорівнює половині периметра трикутника ABC .
11. У трикутник ABC вписано коло, яке дотикається до сторони AB у точці M , $BC = a$. Доведіть, що $AM = p - a$, де p — півпериметр трикутника ABC .