

Домашнє завдання з алгебри для тих, хто переведений до 8 класу Частина 1

1. Знайдіть значення виразу (порядок дій, виконання дій у стовпчик обов'язково):

$$5\frac{4}{7} : \left(8,4 \cdot \frac{6}{7} \cdot \left(6 - \frac{(2,3 + 5 : 6,25) \cdot 7}{8 \cdot 0,0125 + 6,9} \right) - 20,384 : 1,3 \right)$$

2. Знайдіть, скільки відсотків значення виразу $-0,75 : \left(-1\frac{1}{4} : 3 + \frac{1}{6} \right)$ становить від значення виразу $\frac{17,5 : 3,5 + 1 : 0,5}{(12,68 - 11,18) \cdot \frac{1}{3}}$.

Частина 2

Задачі (до всіх задач умови; розв'язати або за допомогою рівняння (пояснення, таблиця), або системи рівнянь (пояснення, таблиця), або по діях (з поясненням)).

1. Свіжі гриби містять за масою 90% води, а сухі 12%. Скільки вийде сухих грибів із 22 кг свіжих?

2. Змішали 30%-й розчин соляної кислоти з 10%-м і одержали 600 г 15%-го розчину. Скільки грамів кожного розчину було взято?

3. Морська вода містить за масою 5% солі. Скільки прісної води потрібно додати до 30 кг морської води, щоб концентрація солі становила 1,5 %?

4. Ціну товару спочатку знизили на 20%, потім нову ціну знизили ще на 15 % і, нарешті, після перерахування зробили знижку ще на 10 %. На скільки відсотків усього знизили початкову ціну товару?

5. Студент щодня купляв за один тугрик хлібину та пляшку квасу. Коли ціни виростили на 20% на той самий тугрик він купив півхлібини та пляшку квасу. Чи вистачить студенту тугрика, щоб купити пляшку квасу, якщо ціни ще раз виростуть на 20% ?

6. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 12. Якщо до цього числа додати 36, то отримаємо число, записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку. Знайти вихідне число.

7. Знайти три числа, якщо перше становить 80% другого, друге відноситься до третього як 0,5: 0,45, а сума першого і третього на 70 більша за друге число.

8. Двоє майстрів, працюючи разом, виконують певну роботу за 12 днів. Якщо ж перший майстер працюватиме 4 дні, а другий – 6 днів, то вони виконають тільки 40% усієї роботи. За скільки днів може виконати всю роботу кожний майстер, працюючи окремо?

9. Катер, рухаючись за течією, обігнав пліт і через 40 хвилин після цього зупинився для стоянки. Через $6\frac{1}{3}$ год катер вирушив в тому ж напрямку і через годину знову обігнав той же пліт. Знайти швидкість течії річки, якщо катер рухався за течією зі швидкістю 12 км/год.

10. З міст A і B , відстань між якими дорівнює 110 км, о 9 год 15 хв виїхали назустріч один одному два автобуси й рухалися з однаковою швидкістю. О 9 год 30 хв з міста A до міста B виїхав легковий автомобіль, який о 10 год зустрів автобус, що їхав до міста A , а о 10 год 30 хв наздогнав автобус, що їхав до міста B . Знайдіть швидкості автобусів і автомобіля.

11. Замовлення на випуск машин завод мав виконати за 15 днів. Випускаючи щодня 2 машини понад план, він уже за два дні до строку не тільки виконав план, а й випустив ще 6 машин. Скільки машин мав випустити завод за планом?

Частина 3 Цілі вирази

1. Спростіть вираз:

$$1) (-a^3e^2)^3 \cdot 7a^5e^4; \quad 2) (3m^6n^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}m^8n^2\right);$$

$$3) -2\frac{2}{5}c^6m^{11} \cdot \left(-1\frac{1}{2}cm^2\right)^2; \quad 4) -(-3m^4n^2)^5 \cdot \left(-\frac{1}{3}mn^3\right)^6.$$

2. Спростіть вираз (n – натуральне число):

$$1) x^{n+1} \cdot (x^{n+6} - 1) - x^{n+2} \cdot (x^{n+5} - x^3); \quad 2) x \cdot (4x^{n+1} + 2x^{n+4} - 7) - x^{n+2} \cdot (4 + 2x^3 - x^n).$$

3. Розкладіть на множники:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1. $12a^2b - 3b$ | 19. $x^5 - x^3 + x^2 - 1$ |
| 2. $a^3b - ab^3$ | 20. $a^3 - 8 + 6a^2 - 12a$ |
| 3. $7x^2y - 63y$ | 21. $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$ |
| 4. $a^4b^2 - a^2b^4$ | 22. $m^4 - n^4$ |
| 5. $2x^2 + 4xy + 2y^2$ | 23. $a^6 - b^6$ |
| 6. $3xy^2 + 6xy + 3x$ | 24. $x^4 - x^3 + x - 1$ |
| 7. $9a^4b^2 - 18a^3b^3 + 9a^2b^4$ | 25. $(a+b)^3 - (a-b)^3$ |
| 8. $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$ | 26. $c^5 - c^4 - c + 1$ |
| 9. $\frac{1}{9}m^2 - \frac{4}{49}n^2$ | 27. $2a^4 + 2a^3 - 2a^2 - 2a$ |
| 10. $81 - (x^2 + 6x)^2$ | 28. $x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1$ |
| 11. $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ | 29. $x^2 - 4x + 4 - 1$ |
| 12. $81a^2 - 16(2a - 3b)^2$ | 30. $a^2 + 2a - 24$ |
| 13. $16m^2 - 8mn + n^2 - 49$ | 31. $x^2 + x - 12$ |
| 14. $9 - x^2 + 2xy - y^2$ | 32. $2a^2 + 14a + 24$ |
| 15. $9x^2 - 4y^2 + 4yz - z^2$ | 33. $\frac{1}{64}a^8 - b^6$ |
| 16. $a^2 - b^2 + a + b$ | 34. $a^6b^6 + 1$ |
| 17. $m^3 - m^2n - mn^2 + n^3$ | 35. $x^{21}y^{24} - m^{12}n^{15}$ |
| 18. $a^2 + 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$ | 36. $p^4 + 4$ |
| | 37. $x^5 + x + 1$ |
| | 38. $x^8 + x^4 - 2$ |
| | 39. (n – натуральне число): |
| | а) $x^{n+2} + x^n - x^2 - 1$; |
| | б) $4y^{n+4} + y^{n+2} + 4y^3 + y$. |

4. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{8x-5}{3} - \frac{4x+3}{4} + \frac{2-9x}{2} = -3$; 2) $(6x-1)^2 - (3-8x) \cdot (3+8x) = (10x+1)^2$;
3) $(x-1) \cdot (x^2+x+1) + x^2 = x^2 \cdot (x+1) - 2x$; 4) $(2x+3)^2 - 64x^2 = 0$; 5) $(3x-2)^2 = (x-3)^2$;
6) $(x+3)^2 + (4-x)^2 = 2 \cdot (x-4) \cdot (x+3)$; 7) $x^3 - 4x^2 - 25x + 100 = 0$; 8) $|2,1x+2| + 0,2 = 4,1$;
9) $|2,1x+2| + 5 = 4,1$; 10) $|x-3| = |2x+1|$; 11) $|x| = 3x-8$; 12) $x^2 - 2x + 1 + (x^2 - 1)^2 = 0$;
13) $(|2x-1|-3)(x^2-2x) = 0$; 14) $|x-3| + |x^2-16| = 0$.

5. При яких цілих значеннях a коренем рівняння $(a+1) \cdot x = 7$ є ціле число?

6. При яких значеннях a рівняння

а) не має коренів; б) має тільки один корінь; в) безліч коренів?

- 1) $ax = b$; 2) $(3-a) \cdot x = 4$; 3) $a \cdot (a+5) \cdot x = a+5$.

7. Доведіть, що вираз $x^2 - 8x + 17$ набуває тільки додатних значень. Яке найменше значення цього виразу, при якому значенні x ?

8. Відомо, що $a+b=5$, $ab=3$. Знайдіть значення виразу:

- а) $a^2 + b^2$; б) $a^3b^2 + a^2b^3$; в) $(a-b)^2$; г) $a^4 + b^4$.

9. Чи існують цілі числа x , y , z , які задовольняють рівність:

$$(x+y)(y+z)(z+x) = 2015?$$

10. Доведіть, що:

- 1) число \overline{abba} ділиться націло на 11;
2) $2^{15} + 3^3$ ділиться націло на 35;
3) $17^{10} - 3 \cdot 7^{24} + 3 \cdot 7^{25} + 17^9$ ділиться націло на 18; на 36;
4) при будь-якому натуральному значенні n значення виразу $(n^2 - 3n + 1)^2 - n^4 + 3n + 5$ кратне 6;
5) при будь-якому натуральному значенні n значення виразу $n^3 + 2n$ кратне 3.

Частина 4

Функція

1. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину з осями координат графіка функції:

- а) $y = 7x - x^2$; б) $y = 2|x| - 1$; в) $y = 2|x| + 1$;

2. Задайте формулою лінійну функцію, графік якої проходить через точки $B(2; -4)$ і $C(0; -3)$. Побудуйте графік цієї функції.

3. Побудуйте графік функції:

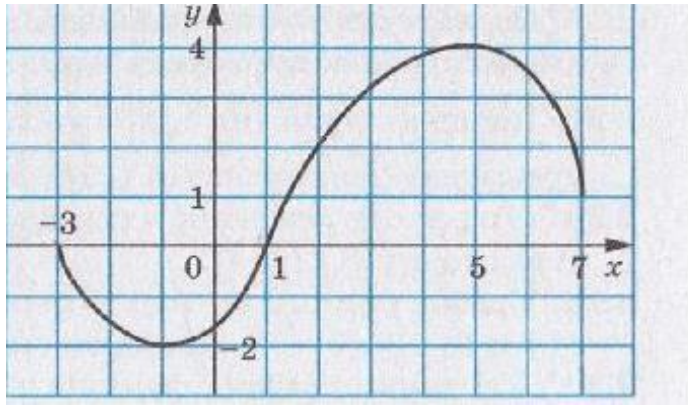
$$1) y = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{x - 3}, & \text{якщо } x \leq 4, \\ 5(x-5)^0, & \text{якщо } x > 4. \end{cases}$$

- 2) $y = |x|$; 3) $y = x + |x| - 1$;

4) $y = kx - 4$, якщо ця пряма паралельна прямій $y = 3 - 2x$;

5) $y = kx - 4$, якщо ця пряма перпендикулярна до прямої $y = 2x + 3$.

4. На рисунку зображено графік функції. Знайдіть: 1) область визначення функції; 2) область значень функції; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень.



Частина 5 Системи лінійних рівнянь з двома змінними

1. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину з осями координат графіка рівняння: 1) $x^3 - y = 1$; 2) $x^2 + y^2 = 16$; 3) $|x| - y = 6$.

2. Побудуйте графік рівняння:

1) $(x+3)^2 + |y| = 0$; 2) $xy = 0$; 3) $xy + y = 0$; 4) $x^2 - y^2 = 0$; 5) $y + |x| = 0$;

6) $x^2 - 2xy + y^2 = 4$; 7) $|x + y| = 2$; 8) $|x| + |y| = 2$.

3. При якому значенні b точка перетину прямих $9x + 7y = 35$ і $x + by = -20$ належить осі ординат?

4. При яких значеннях a і b пара чисел $(-2; 3)$ є розв'язком системи рівнянь:

$$\begin{cases} ax - 2y = -12, \\ 7x + by = 1? \end{cases}$$

5. При яких значеннях a система рівнянь:

1) $\begin{cases} 5x - 6y = 17, \\ 5x - 6y = a \end{cases}$ не має розв'язків;

2) $\begin{cases} 8x + ay = 6, \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$ має безліч розв'язків?

6. Розв'яжіть графічно систему рівнянь: $\begin{cases} |x| - y = 0, \\ x + 3y = 4. \end{cases}$

7. Розв'яжіть систему методом підстановки:

$$\begin{cases} 6y - 5x = 1, \\ \frac{x-1}{2} + \frac{3y-x}{4} = -4\frac{3}{4}. \end{cases}$$

8. Розв'яжіть систему методом додавання:

$$\begin{cases} \frac{15x-3y}{4} + \frac{3x+2y}{6} = 3, \\ \frac{3x+y}{3} - \frac{x-3y}{2} = 6. \end{cases}$$

9. Розв'яжіть рівняння: 1) $(4x + 2y - 5)^2 + |4x - 6y + 7| = 0$;

2) $50x^2 + 4y^2 - 28xy + 16x + 64 = 0$.

Частина 6

Логічні задачі (з поясненням і обґрунтуванням).

1. В Країні чарів живуть чарівники та чарівниці. Усі вони знайомі між собою. У одного чарівника стільки знайомих чарівників, скільки й чарівниць. У чарівниці удвічі менше знайомих чарівниць, ніж чарівників. Скільки чарівників та скільки чарівниць у Країні чарів?
2. За столом сидять п'ять хлопців і шість дівчат, а на столі на тарілці лежать булочки. Кожна дівчина дала по одній булочці кожному знайомому хлопцю. Потім кожен хлопець дав із цієї тарілки по одній булочці кожній незнайомій дівчині. Після того тарілка виявилася порожньою. Скільки булочок було на тарілці спочатку?
3. Чотирикутник і трикутник частково перетинаються. Площі чотирикутника і трикутника складають відповідно 67% і 44% їх об'єднання. Скільки відсотків площі трикутника знаходиться за межами чотирикутника?
4. Між п'ятою й шостою годиною Дмитро подивився на годинник – хвилинна стрілка була рівно на три хвилини позаду годинної. Яку годину показував годинник?
5. У банановій республіці пройшли вибори до парламенту. Усі, що голосували за партію «Мандарин», люблять мандарини. Серед тих, що голосували за інші партії, 90% не люблять мандарини. Скільки відсотків голосів набрала партія «Мандарин» на виборах, якщо 46% тих, що брали участь у голосуванні, люблять мандарини? .
6. На острові $\frac{2}{3}$ всіх чоловіків одружені і $\frac{3}{5}$ усіх жінок заміжні. Яка частина всього населення цього острова перебуває у шлюбі?
7. У рядок вписані 1 000 чисел. Перше число дорівнює 1. Відомо, що кожне число, крім першого і останнього, дорівнює сумі двох сусідніх. Знайдіть останнє число.
8. Чи можна з 82 куль, кожна з яких має певний колір, вибрати 10 куль так, щоб усі вони мали різні кольори або деякий один колір?
9. В абетці мови острова *Абаба* є лише дві букви *a* і *b*. Ім'я будь-якого жителя острова можна одержати, замінюючи у слові *Абаба* записані підряд букви *аб* на *bbb*, *ба* - на *aab*, чи *bb* - на *aaa* (заміну можна робити кілька разів). Чи є на острові житель з ім'ям *Бааабба* ?