Завдання з геометрії для тих, хто переведений до 8 класу
До всіх задач має бути коротка умова (що дано, що знайти), рисунок , розв’язання з повним обґрунтуванням і відповідь.

Завдання виконати в окремому зошиті, бажано в тому порядку, в якому вони наведені. Нижче наведено таблицю розподілу завдань для виконання по класам. Геометрію та алгебру виконувати в окремих зошитах. Клас ФМ 2 рівень не розв’язує

Найпростіші геометричні фігури та їх властивості

<u>2-3 рівні</u>

1. Точка *D* — середина відрізка *MK*, *MK* =16 см. На прямій *MK* знайдіть усі точки *Y* такі, що $MY + KY + DY = 30$ см.
2. Градусні міри суміжних кутів *ABC* і *CBD* відносяться як 5 : 4. Знайдіть кут між бісектрисами кутів *ABC* і *ABD*. Скільки розв’язків має задача?

Трикутники

<u>2 рівень</u>

3. Накресліть трикутник:1) гострокутний; 2) прямокутний; 3) тупокутний. Проведіть із кожної вершини трикутника висоту.
4. На продовженні основи *BC* рівнобедреного трикутника *ABC* за точку *B* позначено точку *M* таку, що $\angle MBA = 128°$. Знайдіть кут між бічною стороною *AC* та бісектрисою кута *ACB*.
5. На медіані *BM* трикутника *ABC* позначили точку *O* так, що $\angle OAC = \angle OCA$. Доведіть, що трикутник *ABC* – рівнобедрений.
6. Серединний перпендикуляр сторони *BC* трикутника *ABC* перетинає його сторону *AB* у точці *D*. Знайдіть довжину відрізка *AD*, *якщо CD*=4см, *AB*=7см.

<u>3-4 рівні</u>

7. Точка *O* — точка перетину серединних перпендикулярів сторін *AC* і *BC* трикутника *ABC* — належить його стороні *AB*. Доведіть, що: 1) точка *O* — середина відрізка *AB*; 2) $\angle ACB = \angle A + \angle B$.
8. У трикутнику *ABC* відомо, що *AB* = *BC*, *BD* — медіана. Периметр трикутника *ABC* дорівнює 50 см, а трикутника *ABD* — 40 см. Знайдіть довжину медіани *BD*.
9. Доведіть, що якщо в трикутнику *ABC* сторона *AB* вдвічі більша за сторону *AC* , то медіана, яка виходить з вершини *C*, перпендикулярна до бісектриси кута *A*.

Паралельні прямі. Сума кутів трикутника

<u>2 рівень</u>

1. Медіана *CM* трикутника *ABC* дорівнює половині сторони *AB*. Доведіть, що трикутник *ABC* прямокутний.
2. У трикутнику *ABC* бісектриси кутів *A і C* перетинаються в точці *O*. Доведіть, що $\angle AOC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC$.
3. Доведіть, що бісектриса зовнішнього кута при вершині рівнобедреного трикутника паралельна його основі.
4. Висоти *AM* і *CK* трикутника *ABC* перетинаються в точці *H*. Доведіть, що $\angle AHC = 180° - \angle ABC$.
5. Кут між висотою та бісектрисою прямокутного трикутника, проведеними з вершини його прямого кута, дорівнює 12°. Знайдіть гострі кути даного трикутника.

6. Пряма, паралельна стороні *AC* трикутника *ABC*, перетинає його сторони *AB* і *BC* у точках *M* і *K* відповідно так, що *AM* = *MK*. Відомо, що$\angle B = 65°$,$\angle C = 45°$. Знайдіть кут *KAC*.

<u>3-4 рівні</u>

7. У трикутнику *ABC* $\angle C = 90°, \angle B = 30°$, відрізок *AD* – бісектриса трикутника, $CD = 7$ см. Знайдіть довжину катета *BC* і бісектрису *AD*.

8. Доведіть (двома способами!), що катет,який лежить проти кута, величина якого дорівнює 30°, дорівнює половині гіпотенузи.(*Вказівка.***1 спосіб**. Подвоїти катет *і одержати* рівносторонній трикутник. **2 спосіб**. Провести медіану з вершини прямого кута.)

9. Кут між висотою і медіаною, проведеними з **вершини** прямого кута прямокутного трикутника, в 4 рази менший від одного з гострих кутів. Знайти кути трикутника.

10. Кут між двома висотами гострокутного трикутника *ABC* дорівнює 60°. Точка перетину висот поділяє одну з них у відношенні 2:1, рахуючи від вершини трикутника. Доведіть, що трикутник *ABC* – рівносторонній.

11. Висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, у 4 рази менша від гіпотенузи. Знайдіть кути трикутника.

Коло і круг

<u>2 рівень</u>

1. Доведіть, що коли через дану точку до кола проведено дві дотичні, то відрізки дотичних, які сполучають дану точку з точками дотику, рівні.

2. У колі проведено хорди *AB* і *BC*, кожна з яких дорівнює радіусу кола. Знайдіть кут *ABC*.

3. Два кола дотикаються внутрішнім чином. Радіус одного з них в 5 разів більший від радіуса іншого, а відстань між їх центрами дорівнює 20 см. Знайти радіуси кіл.

<u>3-4 рівні</u>

4. Через точку *M* проведено дотичні *MK* і *ME* до кола із центром в точці *O*, де *K* і *E* — точки дотику, $\angle OMK = 30°$, *MK* = 6 см. Знайдіть довжину хорди *KE* і довжину відрізка *OM*.

5. Доведіть, що радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник, визначають за формулою: $r = \frac{a+b-c}{2}$, де *r* — радіус вписаного кола, *a* і *b* — катети, *c* — гіпотенуза.

6. У рівнобедреному трикутнику *ABC* відомо, що *AB* = *BC*, точка *O* — центр вписаного кола, точки *D* і *E* — точки дотику вписаного кола до сторін *AC* і *AB* відповідно,$\angle ABC = 48°$. Знайдіть кут *DOE*.

7. Сума радіусів вписаного і описаного кіл прямокутного трикутника дорівнює одному з катетів. Знайдіть гострі кути трикутника.

8. Хорда перетинає діаметр кола під кутом 30° і ділить його на відрізки завдовжки 4 см і 10 см. Знайдіть відстань від центра кола до цієї хорди.

9. Доведіть, що коли центр кола, описаного навколо трикутника, належить його стороні, то цей трикутник — прямокутний.

10. Коло дотикається до сторони *AB* трикутника *ABC* у точці *M* і дотикається до продовження двох інших сторін. Доведіть, що сума довжин відрізків *BC* і *BM* дорівнює половині периметра трикутника *ABC*.

11. У трикутник *ABC* вписано коло, яке дотикається до сторони *AB* у точці *M*, *BC* = *a*. Доведіть, що *AM* = *p* – *a*, де *p* — півпериметр трикутника *ABC*.